

MATEMATICA GENERALE - A.A. 2009/2010
(codice 6230, CLEAM - CLES - CLEF - BIEMF)
PROGRAMMA DETTAGLIATO

Numeri (cap. 1 par. 1-3, 5-6, 9)

Interi naturali, interi relativi, numeri razionali, numeri reali; loro rappresentazione sulla retta. Operazioni, ordinamento. Valore assoluto, distanza. Insiemi, operazioni con gli insiemi. Insiemi numerici. Intervalli; loro classificazione. Intorni.

Funzioni (cap. 1 par. 7; cap. 2 par. 1, 3-10)

Il concetto di funzione. Dominio, codominio, immagine. Funzione composta, funzione inversa. Funzioni reali di variabile reale. Dominio naturale. Grafico cartesiano. Funzioni lineari, lineari affini, quadratiche, di proporzionalità inversa. Funzioni limitate, funzioni monotone. Massimi e minimi. Massimi e minimi locali. Funzioni convesse. Punti di flesso. Funzioni potenza, esponenziali, logaritmiche e trigonometriche. Trasformazioni geometriche (traslazioni, simmetrie, cambiamenti di unità di misura); la funzione valore assoluto. Operazioni tra funzioni.

Successioni (cap. 2 par. 2; cap. 3 par. 1, 3-7)

Successioni. Successioni definite per ricorrenza.

Limiti di successioni. Limiti per eccesso, per difetto. Successioni convergenti, divergenti, irregolari. Unicità del limite. Limiti delle successioni elementari. Limite e successioni monotone. Il numero e . Limiti e operazioni algebriche; forme di indecisione. Limiti e disuguaglianze; teorema del confronto, teorema di permanenza del segno. Calcolo dei limiti. I simboli \sim e o . Confronti tra infiniti e tra infinitesimi.

Limiti di funzioni e continuità (cap. 3 par. 2-3, 5-7; cap. 4)

Limiti di funzioni (da sinistra, da destra, bilatero; per eccesso, per difetto). Asintoti verticali e orizzontali. Limiti delle funzioni elementari. Operazioni e disuguaglianze. Calcolo dei limiti. Cambio di variabile. Alcuni limiti notevoli. I simboli \sim e o . Confronti. Continuità. Punti di discontinuità. Continuità delle funzioni elementari. Proprietà delle funzioni continue: teorema di Weierstrass, teorema dei valori intermedi (o di Darboux), teorema degli zeri.

Calcolo differenziale (cap. 5 par. 1-5, 7-9, 11-13 + materiale online)

Punti interni, punti di frontiera. Rapporto incrementale, derivata in un punto; significato geometrico. Equazione della retta tangente. Derivata destra e sinistra. Punti angolosi, cuspidi, punti di flesso a tangente verticale. Relazioni tra derivabilità e continuità. Funzione derivata. Derivate delle funzioni elementari. Regole di derivazione. Differenziale primo; relazioni tra derivabilità e differenziabilità.

Punti stazionari. Condizione necessaria per i punti di massimo/minimo; teorema di Fermat (*). Teorema del valor medio di Lagrange (*). Test di monotonia. Primo test di riconoscimento dei punti stazionari. Derivate successive. Formula di Taylor e formula di Maclaurin di ordine n , con resto secondo Peano. Secondo test di riconoscimento dei punti stazionari. Test di convessità. Studio del grafico di una funzione.

Calcolo differenziale con più variabili (cap. 8 par. 1-2, cap. 10 par. 1-3, 6, 10-11, 13)

L'insieme \mathbf{R}^n . Vettori. Operazioni lineari tra vettori, combinazioni lineari, ordinamento. Funzioni reali di n variabili reali. Funzioni reali di due variabili reali: dominio, grafico nello spazio, curve di livello. Massimi e minimi. Derivate parziali prime, vettore gradiente. Punti stazionari. Condizione necessaria per i punti di massimo/minimo.

Calcolo integrale (cap. 7 par. 1-7, 9-10)

Primitive e integrale indefinito. Primitive elementari. Metodi d'integrazione: per scomposizione, per parti, per sostituzione. Integrazione di alcune funzioni razionali fratte.

Integrale definito (secondo Riemann); significato geometrico. Classi di funzioni integrabili. Primo teorema fondamentale (*). Calcolo di integrali definiti. Proprietà degli integrali definiti. Valor medio del calcolo integrale, teorema della media.

Integrale generalizzato su un intervallo illimitato. Criterio del confronto, criterio del confronto asintotico. Funzioni definite da integrali. Secondo teorema fondamentale. Continuità della funzione integrale.

Vettori e matrici (cap. 8 par. 2-12)

Prodotto scalare tra vettori. Vettori ortogonali. Spazi vettoriali, sottospazi. Sistemi di generatori. Dipendenza lineare, indipendenza lineare. Base e dimensione di un sottospazio.

Matrici. Operazioni lineari tra matrici. Prodotto righe per colonne; sue proprietà. Determinante; sue proprietà. Teorema di Laplace. Teorema di Binet. Matrice aggiunta. Matrice inversa; esistenza e unicità. Rango: definizione come numero di righe o colonne linearmente indipendenti, suo calcolo come massimo ordine dei minori non nulli, algoritmo di Kronecker.

Sistemi lineari e funzioni lineari (cap. 9 par. 1-4, 6-7)

Sistemi lineari; scrittura matriciale. Esistenza delle soluzioni: teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni: sistemi omogenei e non omogenei. Determinazione delle soluzioni: teorema di Cramer (*) e regola di Cramer; estensione del metodo a sistemi lineari qualsiasi.

Funzioni lineari. Teorema di rappresentazione (*), matrice rappresentativa, spazio immagine.

Nota

Per gli argomenti segnati con (*) si richiede la dimostrazione.

In questo programma l'elenco degli argomenti segue l'ordine di presentazione del testo in adozione: Lorenzo Peccati, Sandro Salsa, Annamaria Squellati, *Matematica per l'economia e l'azienda*, terza edizione, EGEA (2004), ISBN 88-238-2055-3.